



Datos, Ecuaciones Diferenciales e Inteligencia Artificial

Facundo Sapienza

Clase 1 - 08/04/2026



Menú del Día

- Motivación: Glaciares y un poco más
- Introducción a la materia y motivación
 - Physics-Informed Machine Learning
 - Introducción al problema de inferencia en el caso de ecuaciones diferenciales
- Logística general del curso
 - Clases y modalidad
 - Evaluación
 - Etc



Motivación en Glaciología





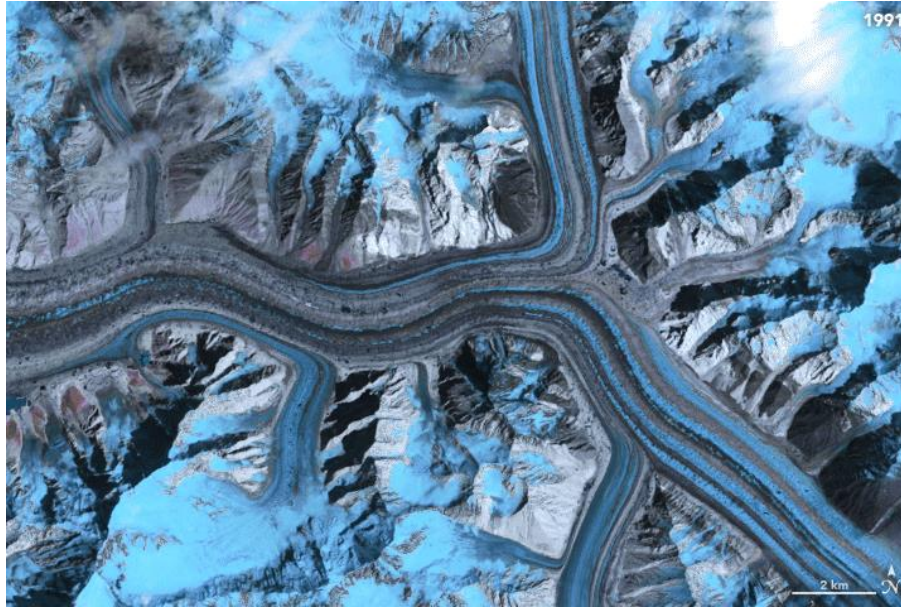
Motivación: Entender el comportamiento de un glaciar

¿Qué es un glaciar?

- Reguladores del clima a nivel global
 - Nivel de agua de los océanos
 - Reflejan energía solar
 - Cambio climático
- Recursos hídricos
 - Almacenamiento de agua dulce
 - Reguladores de agua dulce
- Componente cultural



Los glaciares son dinámicos: fluyen como ríos



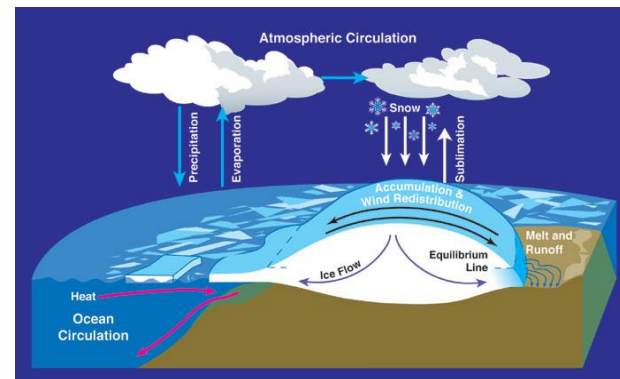
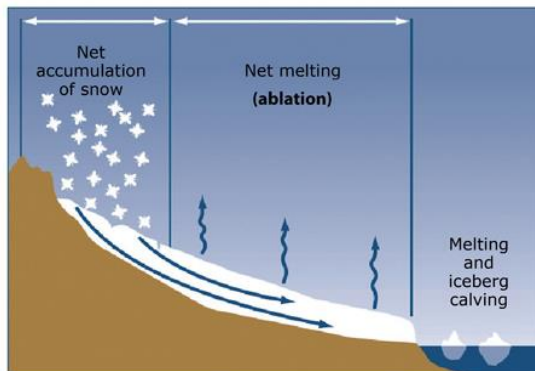
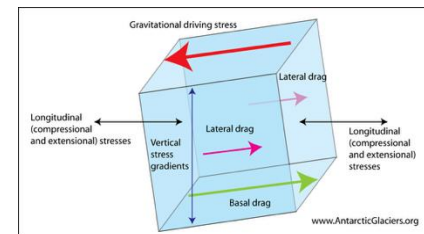
Glaciar Baltoro, Pakistan



Los glaciares son dinámicos

Los glaciares se mueven bajo el efecto de la gravedad:

- Deformación interna
- Deslizamiento



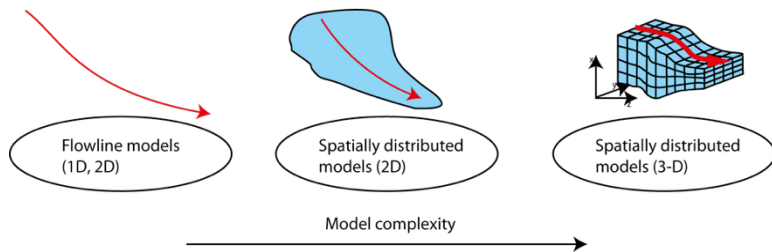


¿Como se modela un glaciar?

Respuesta corta: con física, computadoras, y mucha matemática

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$
$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \rho g_x$$
$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + \rho g_y$$
$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \rho g_z$$

Ice sheet model dimensions
www.AntarcticGlaciers.org

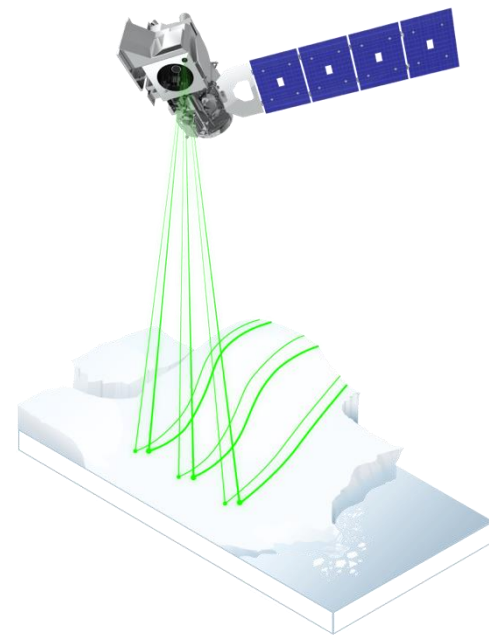




¿ Cómo se calibran los parámetros de dichas ecuaciones?

Fuentes de datos

1. Registros históricos (por ejemplo, dibujos y pinturas)
2. Observaciones in-situ
3. Observaciones satelitales
4. Paleogeografía

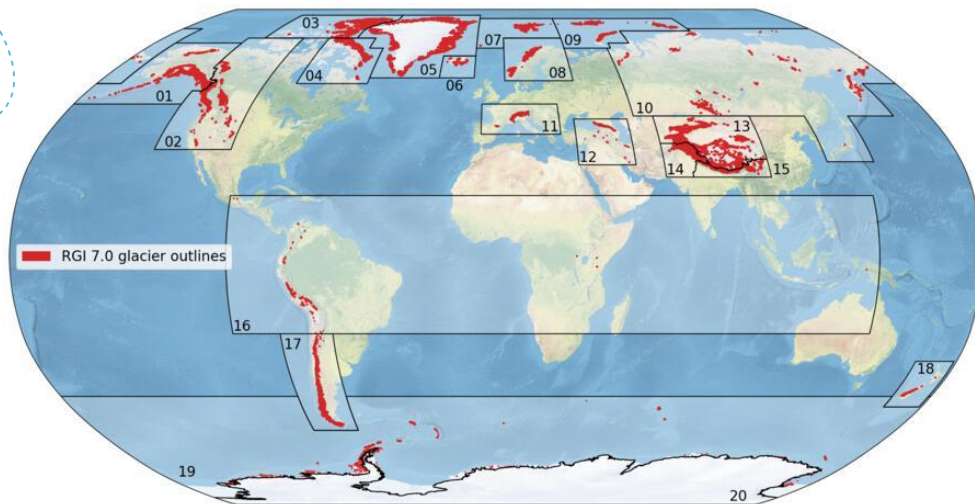




Hay muchos glaciares...



~280.000 glaciares en todo el mundo



La revolución de la Inteligencia Artificial



- Volumen de datos
- Gran capacidad de computo (hardware)
- Algoritmos (software)

¿ En el fondo, es todo matemática + estadística + computación + física + ...?

¿Física o Datos?

- Muchos datos
 - En geofísica en particular tenemos los desafíos de lidiar con esparcidad, irregularidad, etc
- Al mismo tiempo, tenemos conocimiento físico de cómo modelar dichos sistemas (por ejemplo, via ecuaciones diferenciales)

Teoría y
modelos
basados en
leyes físicas

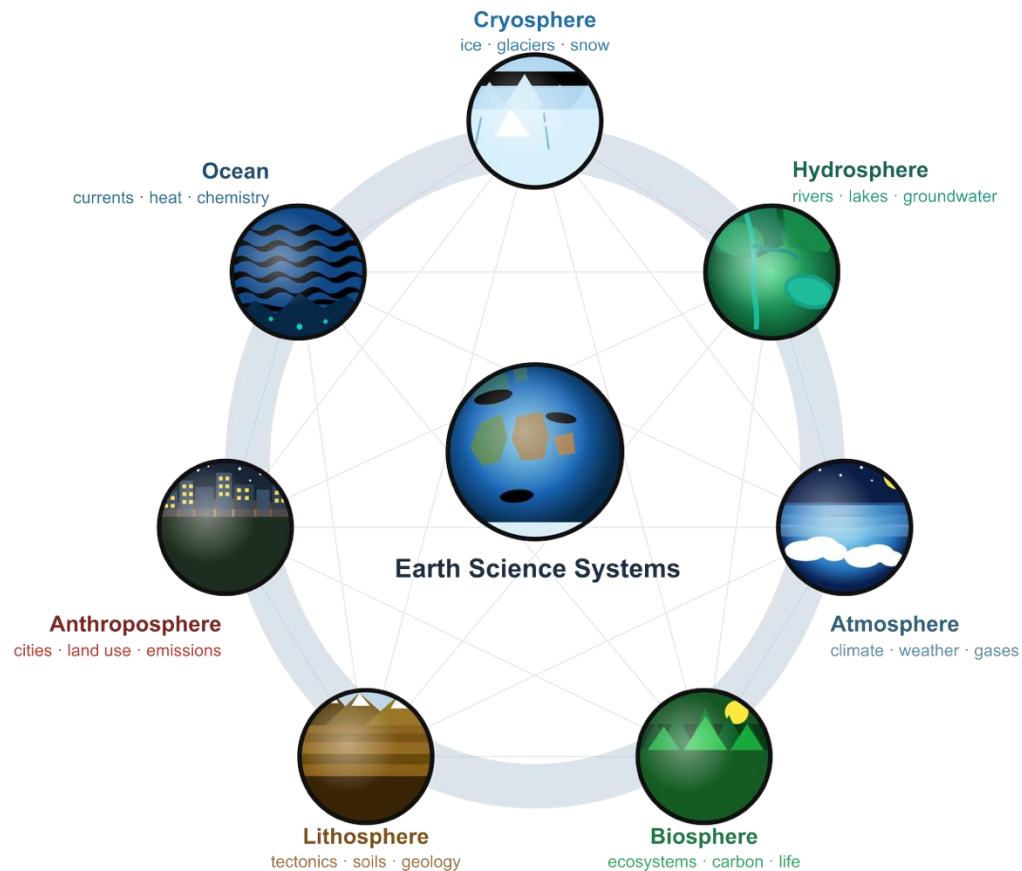
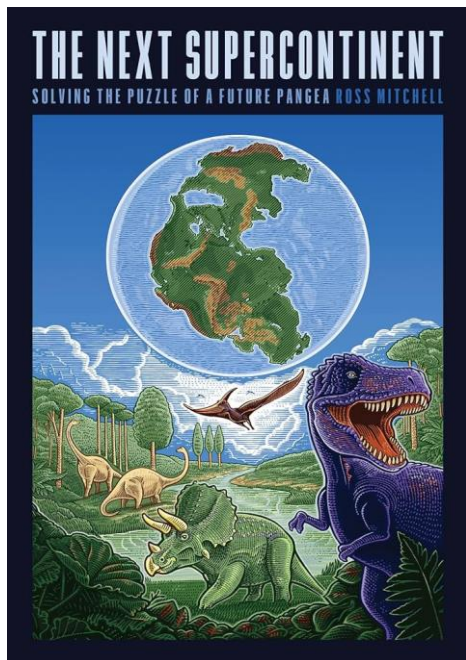


**Modelado
híbrido**

Modelos
basados en
datos
(ML/AI)



¿ Es esto único a glaciares?





Objetivo

1. Desarrollar y entender metodología que nos permita asimilar datos (heterogéneos, irregulares) a nuestros modelos físicos
 1. Entender mejor la física del sistema que estamos tratando de modelar
 2. Mejorar capacidad predictiva de los modelos
2. Desarrollar un marco estadístico para definir dichos problemas
3. Desarrollar software que nos permita realizar esta tarea de manera eficiente y accesible
4. Tener un marco conceptual para pensar en problemas donde leyes físicas y aprendizaje automático hablan el mismo lenguaje



Accesible

1. Ciencia abierta y colaborativa
2. Reproducibilidad y replicabilidad de resultados
3. Accesibilidad a recursos y metodología sin limitación de capacidad de computo



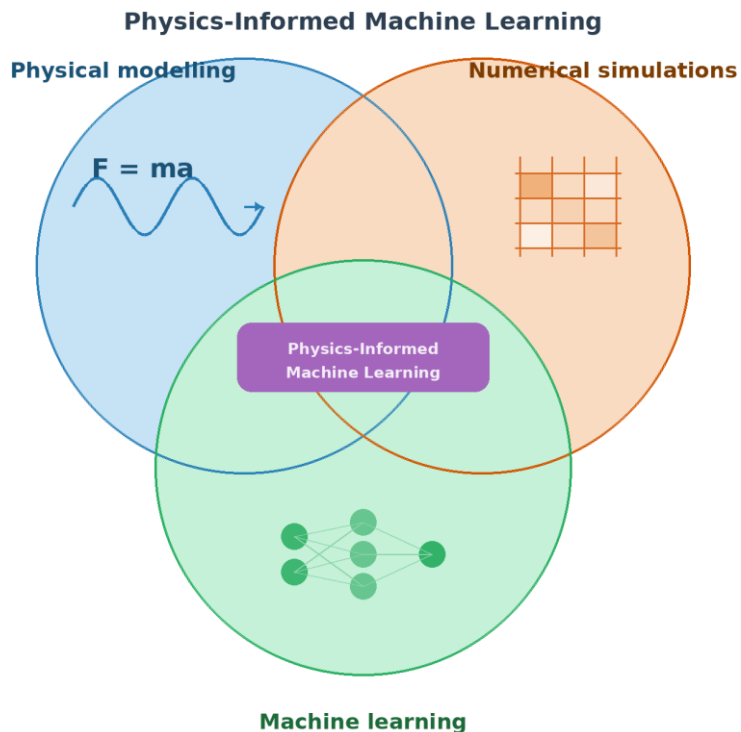


Introducción a PIML





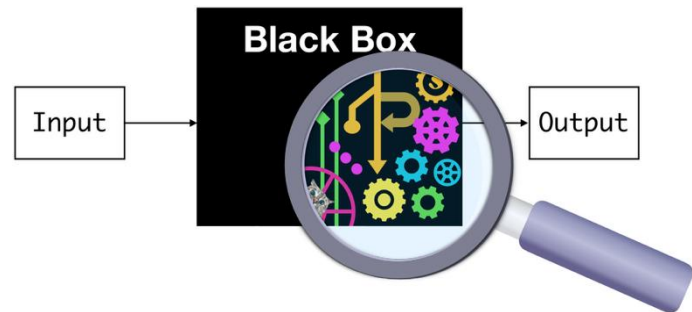
¿Qué es el PIML?



Otros nombres: *Scientific Machine Learning* (SciML), *Differentiable Physics* (DP)



¿ Es ML una caja negra?

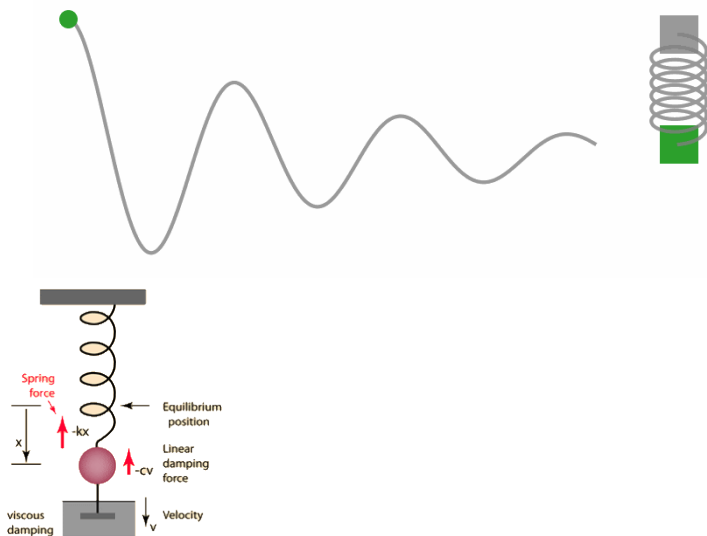


1. Poca interpretabilidad
2. Extrapolación: Escepticismo de que no puedan predecir correctamente un dado sistema físico
3. Más difíciles de implementar (cuestionable...)

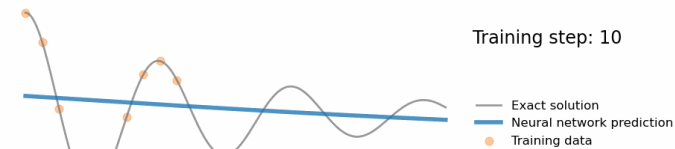


¿ Es ML un Black Box?

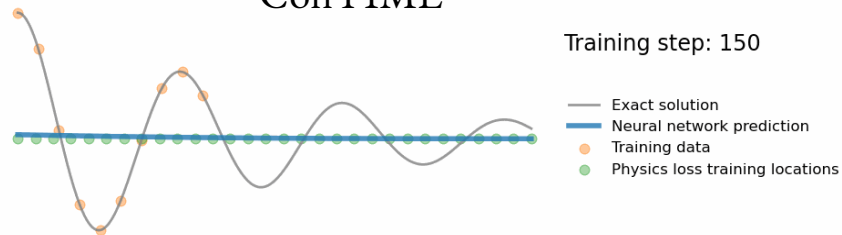
Oscilador armónico amortiguado



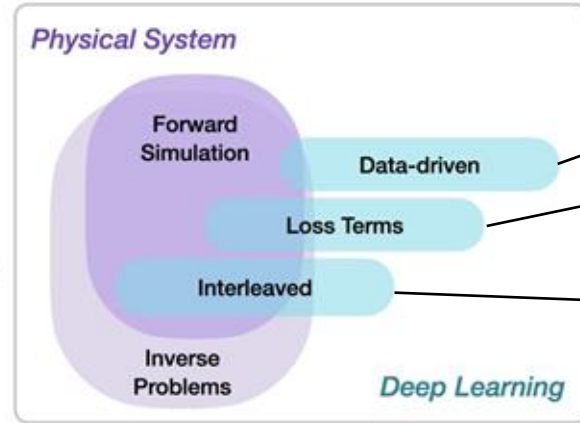
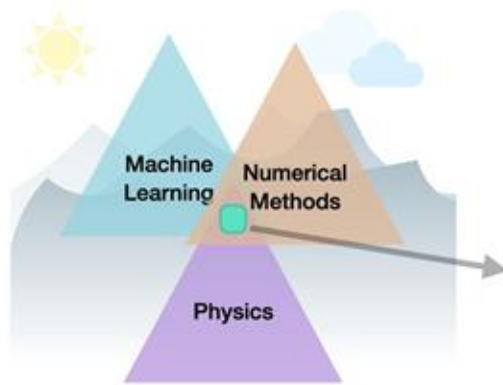
Sin PIML



Con PIML



Diferentes métodos dentro del SciML



3 main categories:

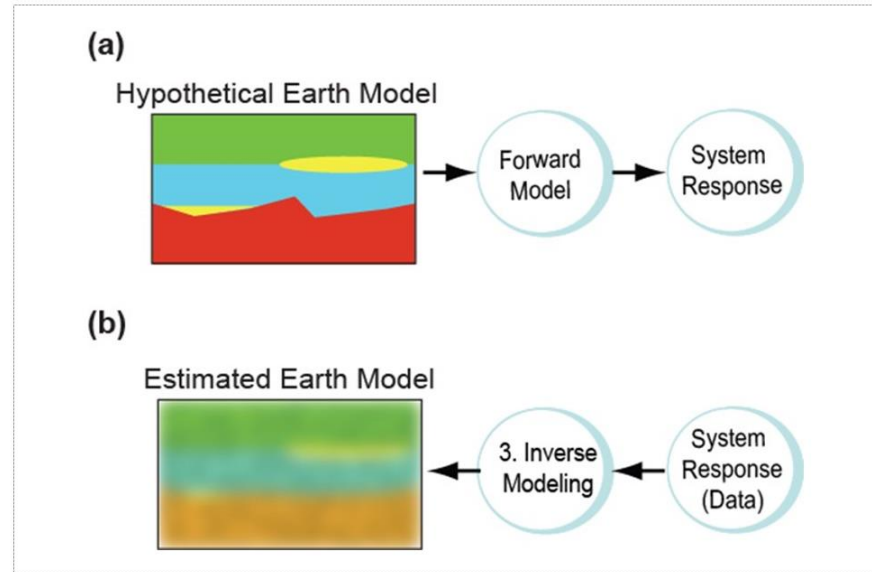
Data-driven: ML clásico

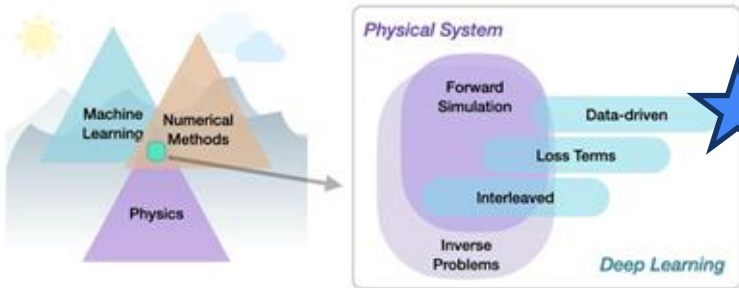
Soft constraints: Physics-informed Neural Networks (PINNs)

Hard constraints: differentiable programming + solvers + neural networks (UDEs)

Directo (*forward*) e Inverso (*inverse*)

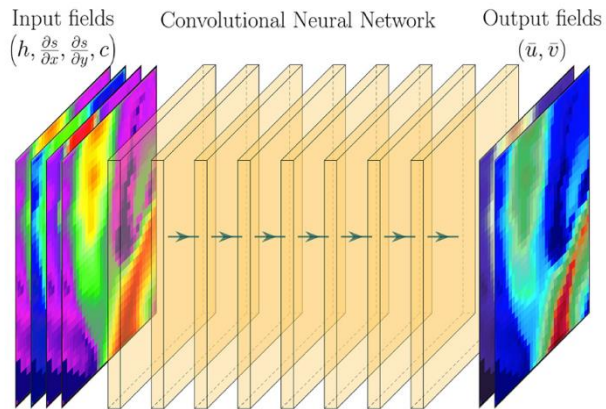
- Directo: predecir estado del sistema o evolución temporal
- Inverso: obtener una parametrization o estado de un sistema en base a observaciones





1 - Aprendizaje Automático de Sistemas Físicos

El objetivo es acelerar o evitar la resolución de ecuaciones complicadas:

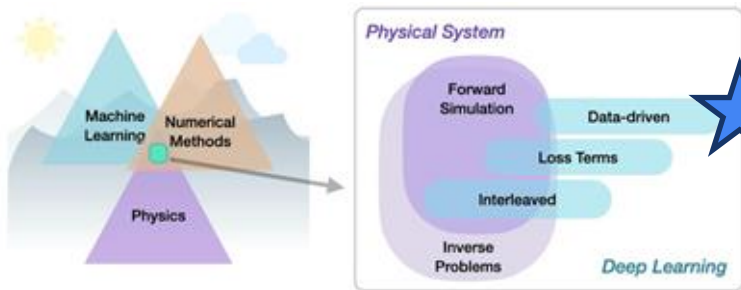


$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

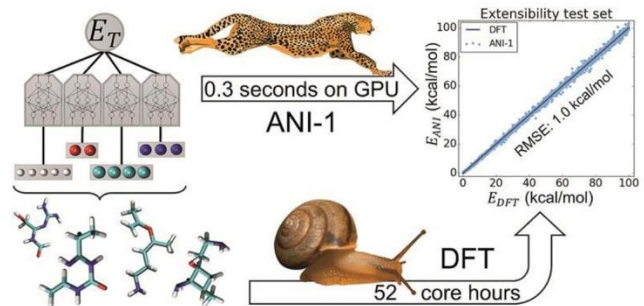
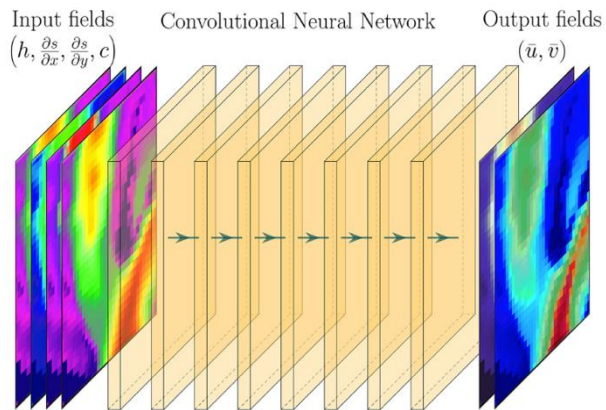
$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \rho g_x$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + \rho g_y$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \rho g_z$$

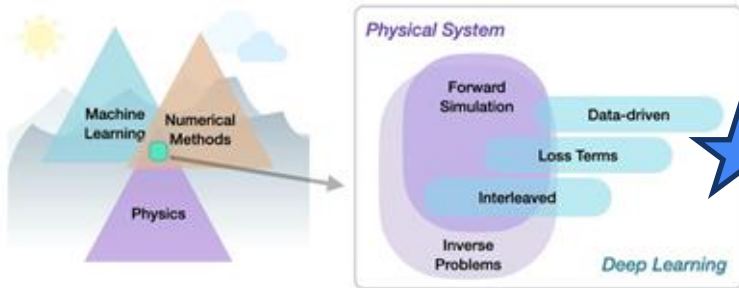


1 - Aprendizaje Automático de Sistemas Físicos



Smith et al, ANI-1: an extensible neural network potential with DFT accuracy at force field computational cost (2017)

Jouvet et al., Deep learning speeds up ice flow modelling by several orders of magnitude (2021)

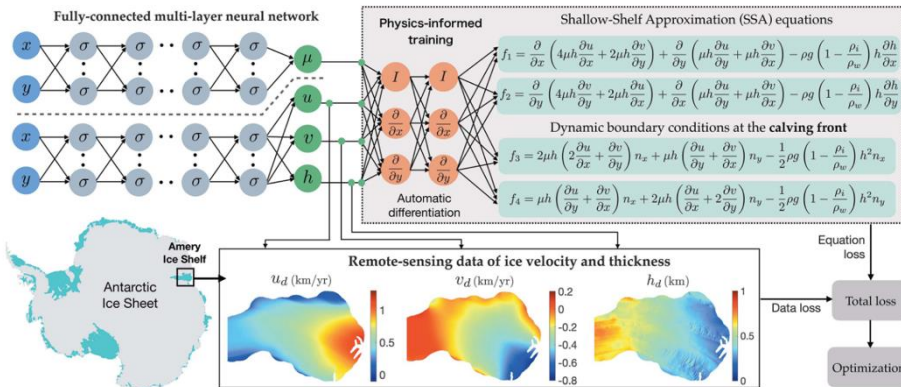


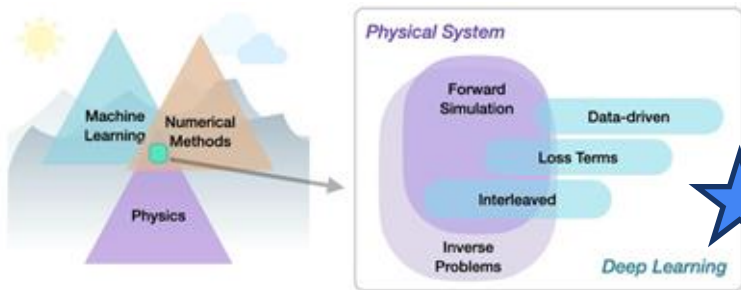
2 – Leyes físicas impuestas de manera suave

Función objetivo:

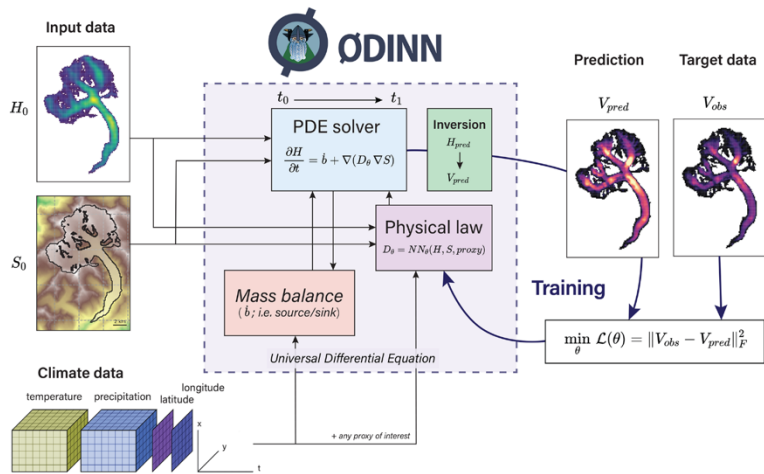
$$\mathcal{L}(\theta) = \mathcal{L}_{\text{empírica}} + \lambda \mathcal{L}_{\text{ecuación diferencial}}$$

$$\mathcal{L}_{\text{ecuaciones diferencial}} = \left(F(x) - m \frac{d^2 x}{dt^2} \right)^2$$





3 - Leyes Físicas impuestas de manera fuerte



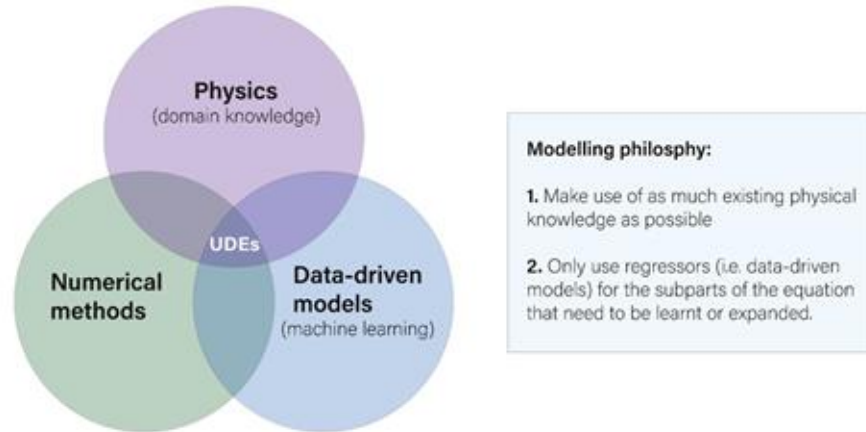
Función objetivo:

$$\mathcal{L}(\theta) = \mathcal{L}_{empírica}$$

$$s.t. \quad F(x) = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Ecuaciones diferenciales universales (UDE)

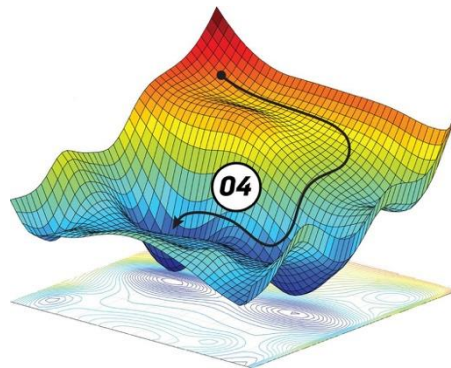
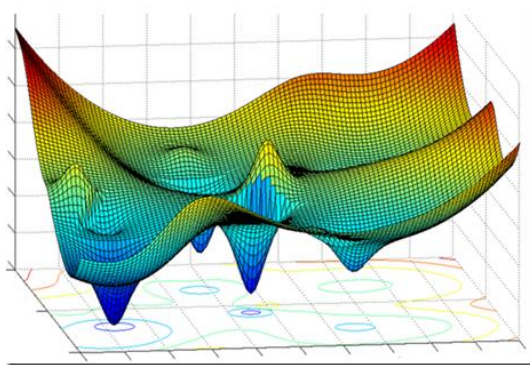
- Introducir red neuronal dentro de ecuación diferencial
- La física se respeta dado que la ecuación se resuelve (numéricamente)





Al final del día, todo es un problema de optimización

- Todo lo que no sepamos o conozcamos, vamos a **parametrizarlo** de alguna manera...
- Algoritmos de búsqueda de óptimos
- Salvo casos de dimensión muy chica, vamos a tener que calcular gradientes



Los modelos inversos están basados en programación diferencial



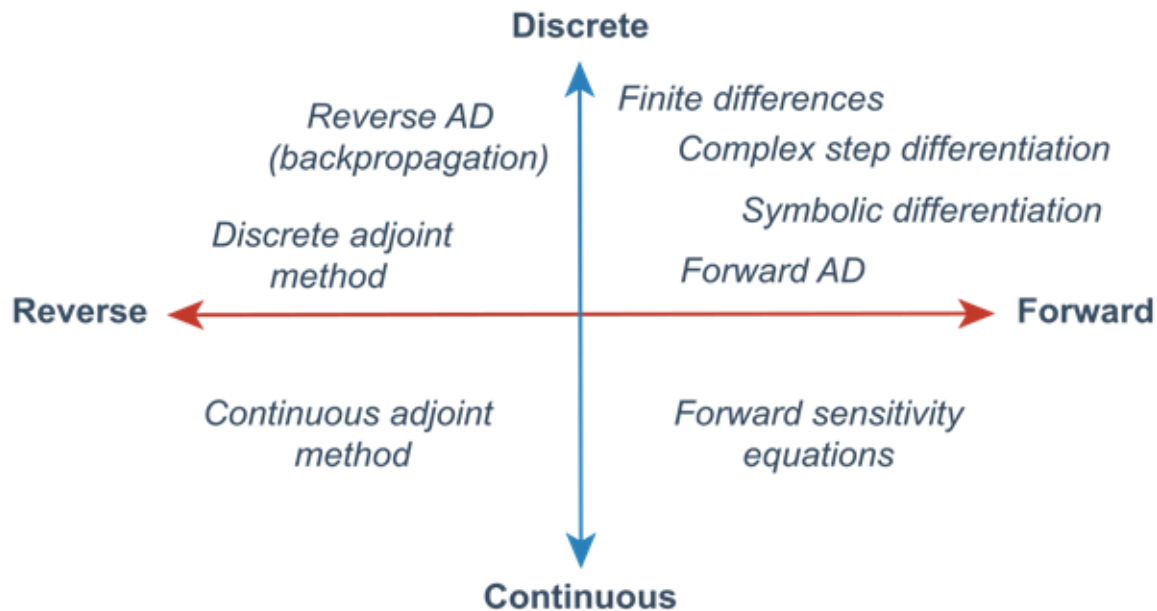
*Paradigma de programación para calcular
gradientes/sensitividad de programas de computadora*

Entranamiento / Calibración de modelos con muchos parámetros

Diferenciación a través de un solver numérico



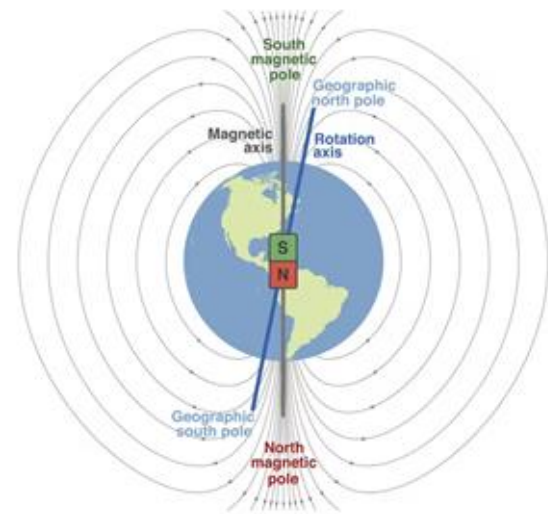
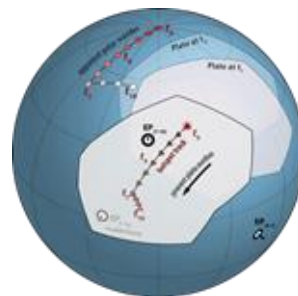
Métodos de programación diferencial





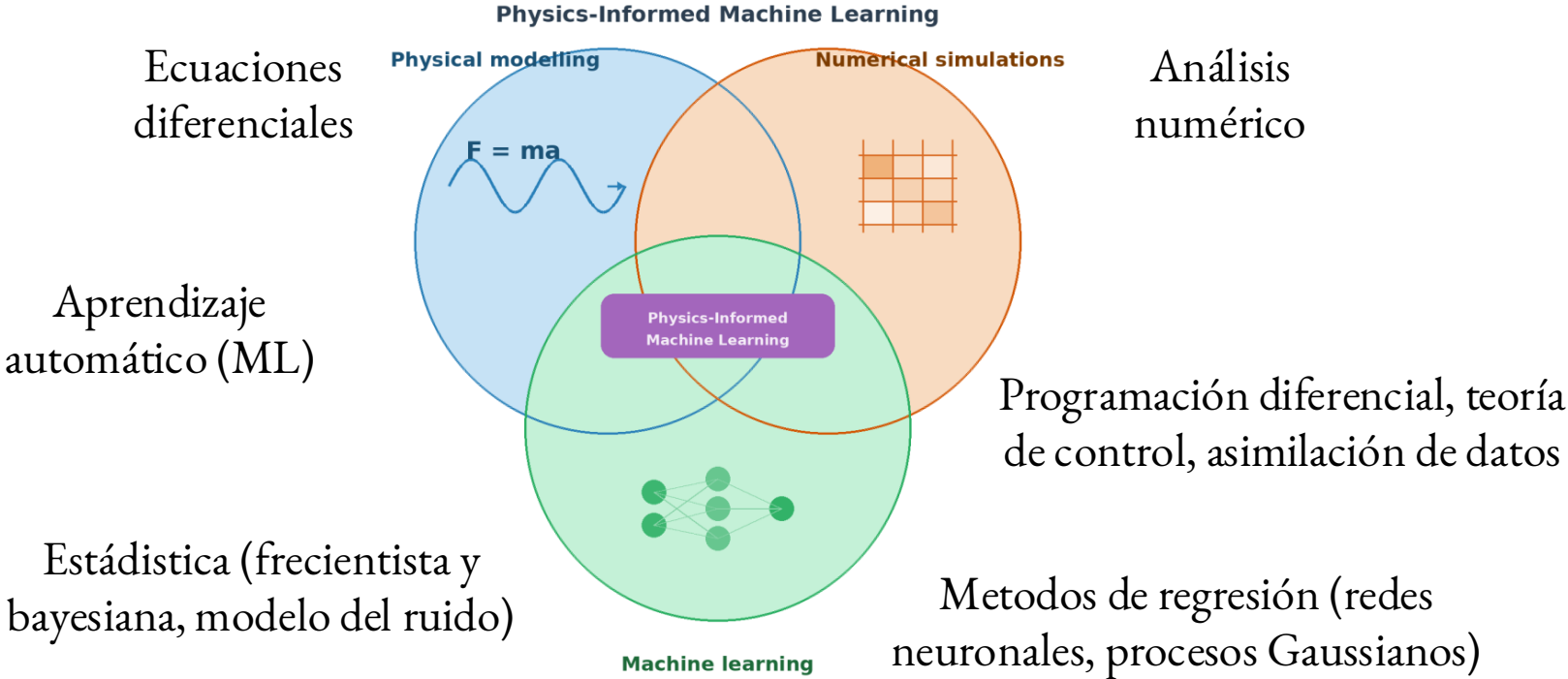
Aplicaciones

- Glaciología
- Paleomagnetismo y Tectónica de Placas
- Geomagnetismo
- ¿Tal vez algo más?





Que vamos a tener que aprender





Logística general de la materia





Modalidad de clases

- Horario: Lunes y Miércoles 12-14hrs
- Opción remota
- Participación en clase
- English everywhere...
- Horas de oficina: A determinar



Evaluación

- Proyecto final
 - Única instancia de evaluación, no habrán exámenes
 - Individual, pero se puede trabajar en grupos
 - Pequeño reporte final (~5 páginas), idealmente acompañado de código
 - Sesión de posters hacia el final del curso (mediados de junio)

Notas del curso



Todos los estudiantes que quieran aprobar el curso deberán abrir al menos un Pull Request (PR) a la página de la materia aportando el contenido discutido en el curso y/o correcciones/expansiones al contenido existente.

Información sobre cómo hacer esto en la página de la materia:

<https://facusapienza.org/DM2026-Curso/contribucion/>

- Observaciones

- Antes de crear un PR para los apuntes de una clase, esperar a que Facu suba la planilla con títulos e información básica de la clase
- ¡Los PR se evalúan en orden de completación! Si otro PR se cierra antes, es responsabilidad del PR más reciente reconciliar los cambios o resolver conflicto en caso de que lo haya.